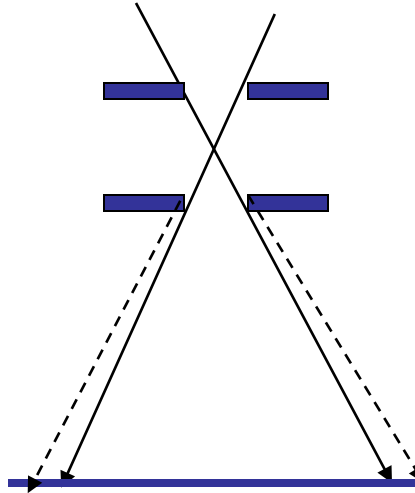


Optyka – kurs wyrównawczy
optyka falowa 2
interferencja i dyfrakcja

2010 r.

Dyfrakcja

Obiekty nie rzucają ostrych cieni – widać tam również rozmyte kolorowe prążki – Francesco Maria Grimaldi (1660)

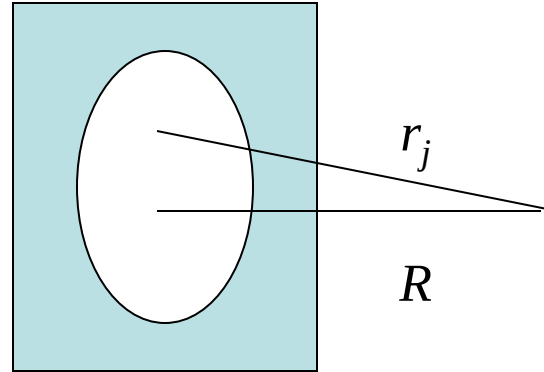


Objaśnienie opiera się na zasadzie Huyghensa (1629-1695)
Każdy punkt frontu falowego jest źródłem elementarnej fali kulistej. Obwiednia-styczna do tych fal jest nowym frontem falowym w chwili późniejszej.



Dyfrakcja

Wypadkowa fala w dowolnym punkcie obserwacji jest wynikiem sumowania kulistych fal składowych mających swój początek w płaszczyźnie otworu:



$$E_D = \sum_j \frac{E_j}{r_j} \cos(\omega t - kr_j + \mathcal{G}_{0,j}) = \text{Re} \left\{ \sum_j \frac{E_j}{r_j} \exp i(\omega t - kr_j + \mathcal{G}_{0,j}) \right\}$$



Dwa podejścia

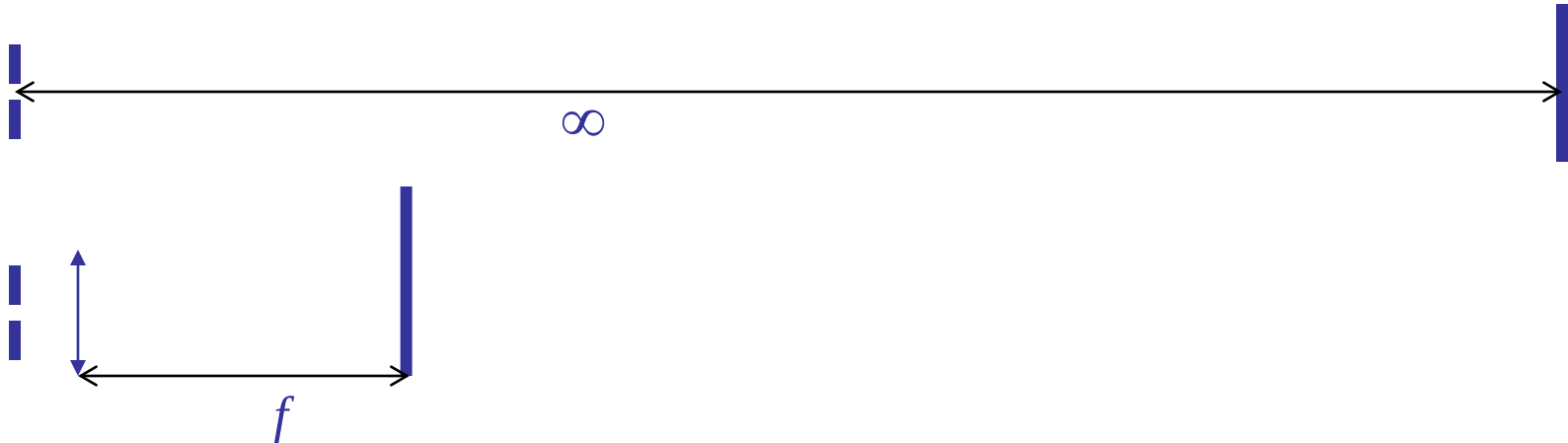


Joseph von Fraunhofer (1787-1826)

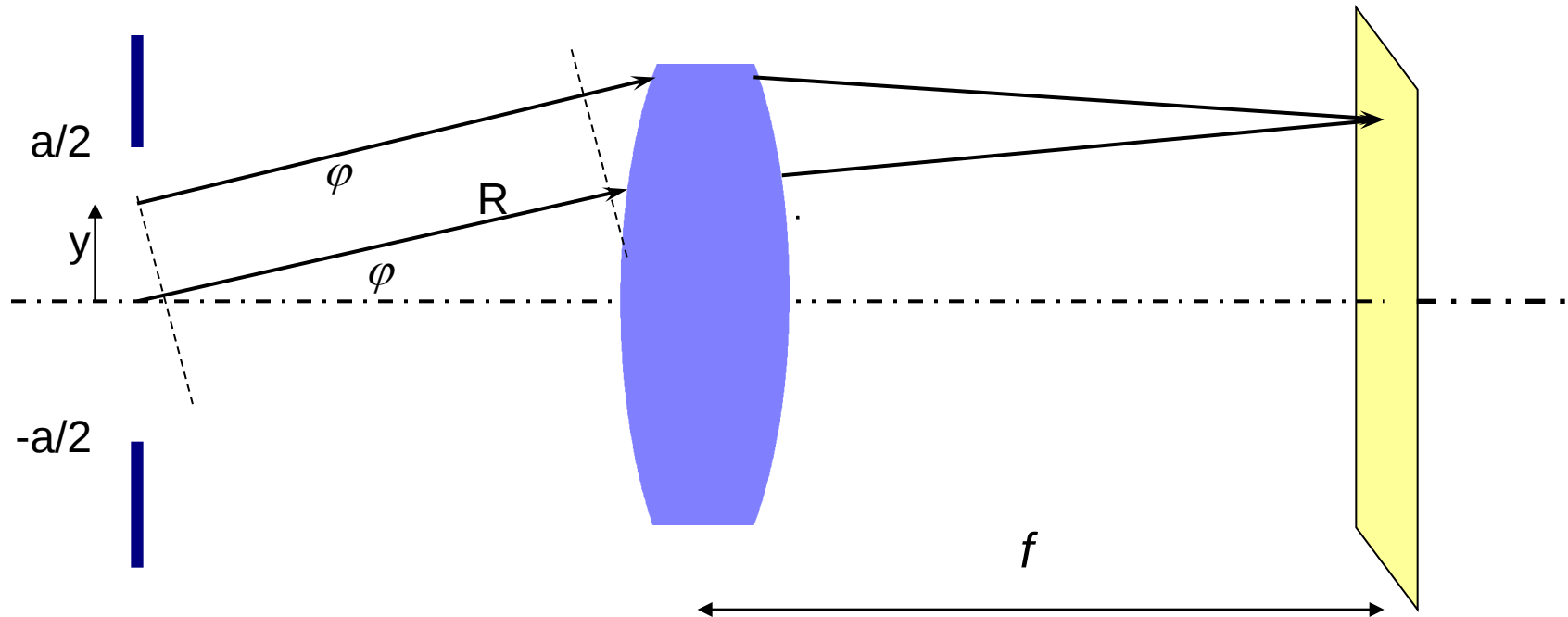
Augustin Fresnel (1788-1827)

Obserwacja w takiej odległości od otworu (przeszkody), by fale w tym miejscu były praktycznie płaskie. Można to zrealizować na dwa sposoby:

Obserwacja w takiej odległości, że uproszczenie Fraunhofera nie jest możliwe.



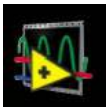
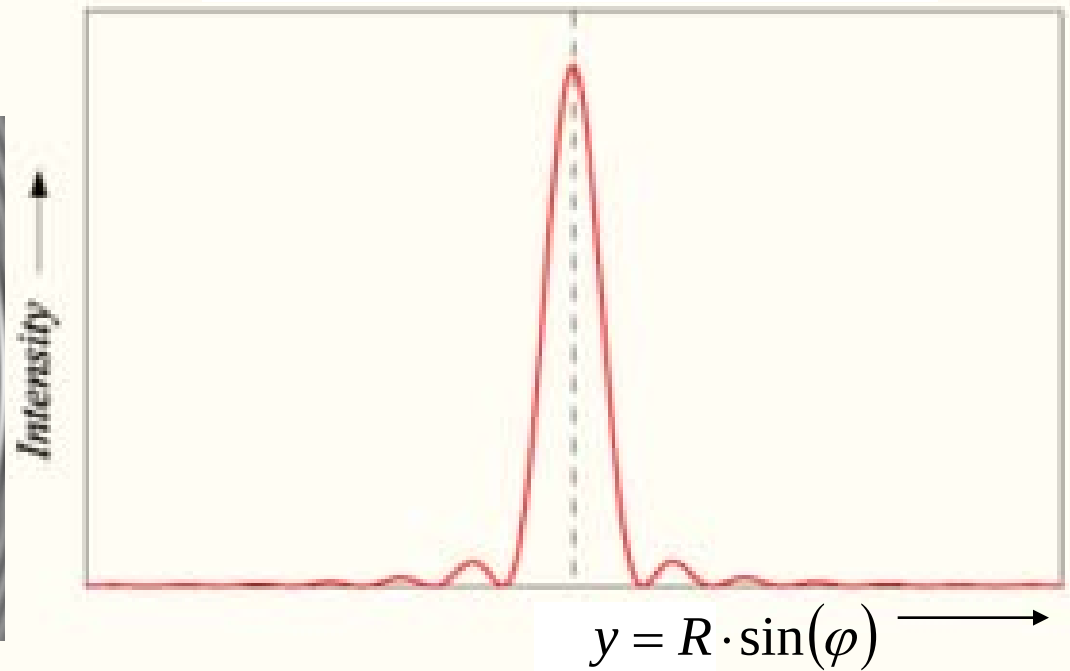
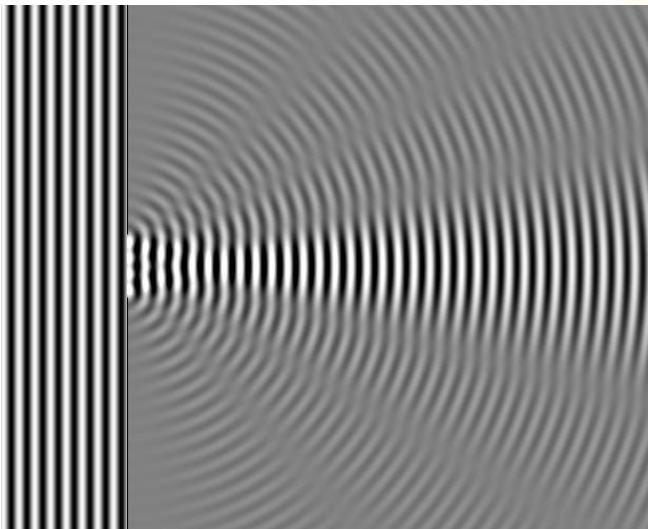
Dyfrakcja Fraunhofera – przypadek 1-wymiarowy



$$\begin{aligned} & \int_{-a/2}^{+a/2} (dy / R) \exp(ik(R - y \sin \varphi)) = \\ & = \frac{\exp(ikR)}{Rk \sin \frac{\varphi}{2}} \sin \left(ak \sin \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{a \cdot \exp(ikR)}{R} \frac{\sin(x)}{x}; \quad x = ak \sin \frac{\varphi}{2} \end{aligned}$$

Rozkład kątowy oświetlenia ekranu

$$I(\varphi) = \varepsilon_0 c E E^* / 2 \propto \left(\frac{a \sin(x)}{R x} \right)^2 ; x = \left(a k \sin \frac{\varphi}{2} \right)$$



Szczelina – małe kąty

$$I(\varphi) = \varepsilon_0 c E E^* / 2 \propto \left(\frac{a \sin(x)}{R x} \right)^2 ; x = \left(a k \sin \frac{\varphi}{2} \right)$$

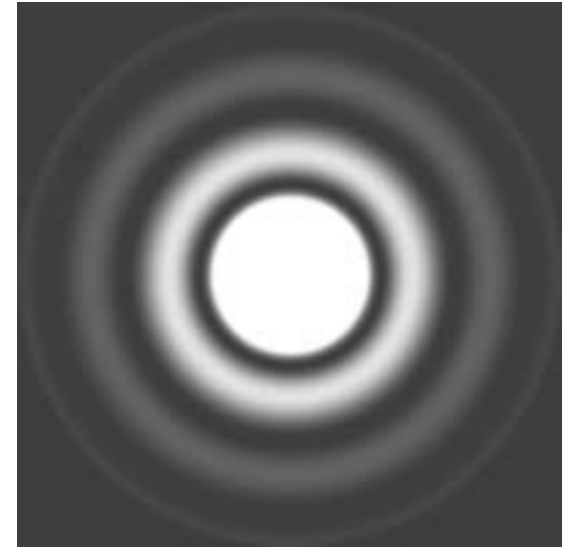
$$\sin \varphi \approx \varphi ; \quad x \approx \frac{a k \varphi}{2} = \frac{a \pi \varphi}{\lambda} ; \quad I(\varphi) \approx \left(\frac{a \sin(a \pi \varphi / \lambda)}{R a \pi \varphi / \lambda} \right)$$

W tym przybliżeniu pierwsze minimum dla $\varphi = \lambda/a$.

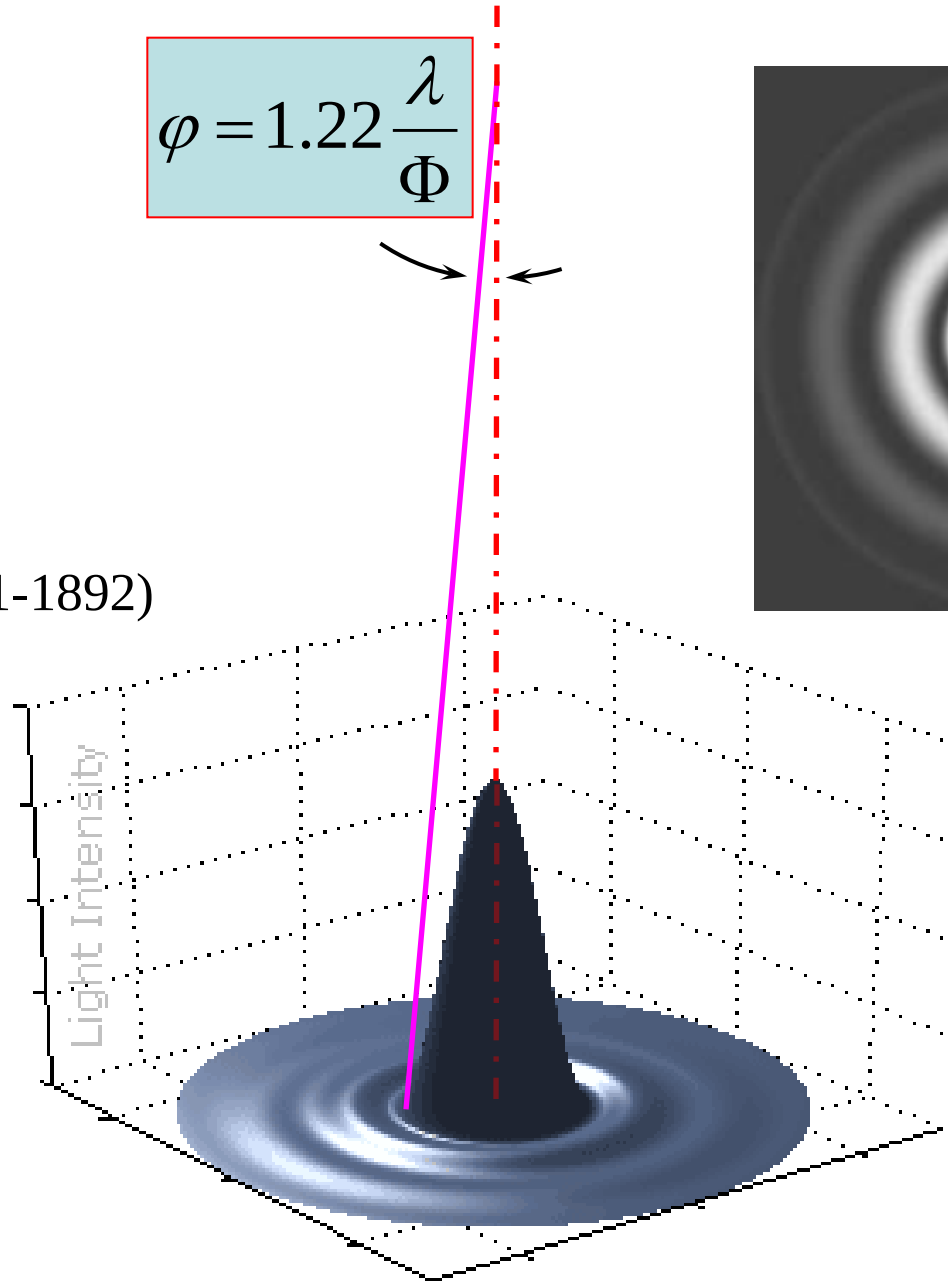
Dysk Airiego – dyfrakcja na otworze kołowym



$$\varphi = 1.22 \frac{\lambda}{\Phi}$$

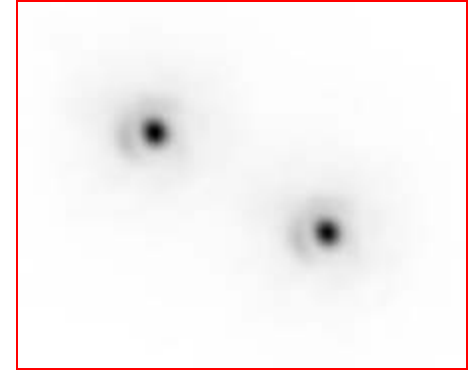


George Biddell Airy (1801-1892)

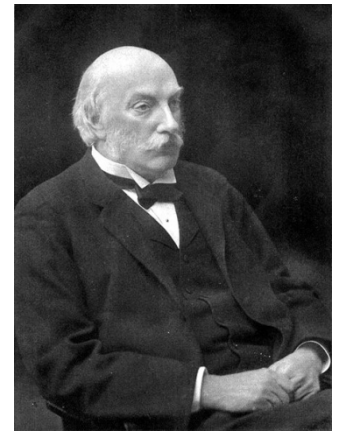


Dysk Airiego, kryterium Rayleigha

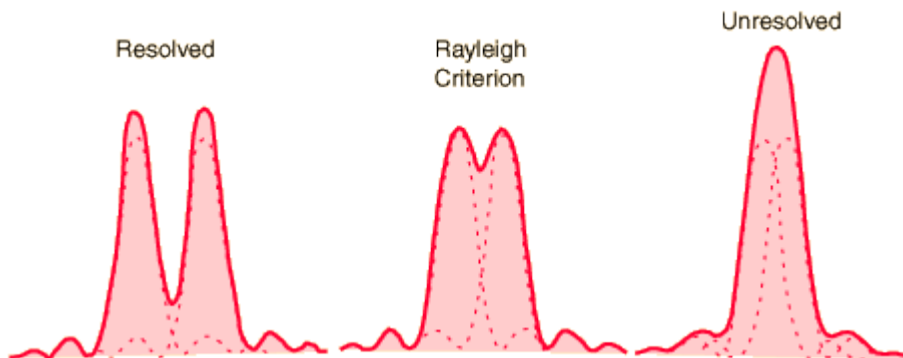
W ognisku każdego układu optycznego, ze względu na to, że ma skończoną aperturę mamy zamiast punktu dysk Airiego



Dwa dyski Airiego mogą zostać uznane za oddzielne gdy centralne maksimum jednego znajduje się w miejscu pierwszego miejsca zerowego drugiego.

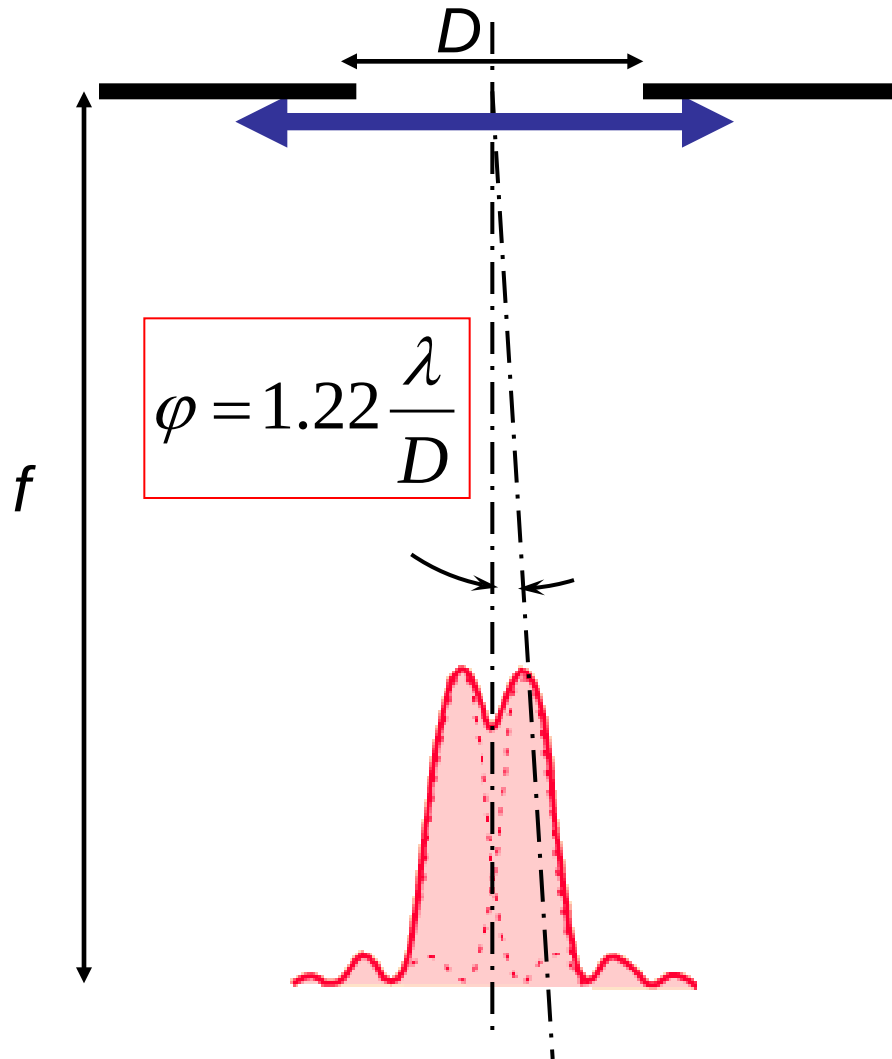


John William Strutt,
3rd Baron Rayleigh
1842-1919



Dysk Airygo, kryterium Rayleigha

- zastosowanie do w fotografii



Liczba otworowa
(*f*-number) = $f/\# = f/D$

$$\frac{x}{f} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$x = 1.22 \lambda \frac{f}{D}$$

$$\text{np: } \lambda \geq 400 \text{ nm} \quad \frac{f}{D} \cong 8$$

$$x \cong 4 \mu\text{m}$$

Podział czoła fali i amplitudy

Dwa sposoby zapewnienia spójności fal w doświadczeniach interferencyjnych

Podział czoła fali:

Doświadczenie Younga

Siatka dyfrakcyjna

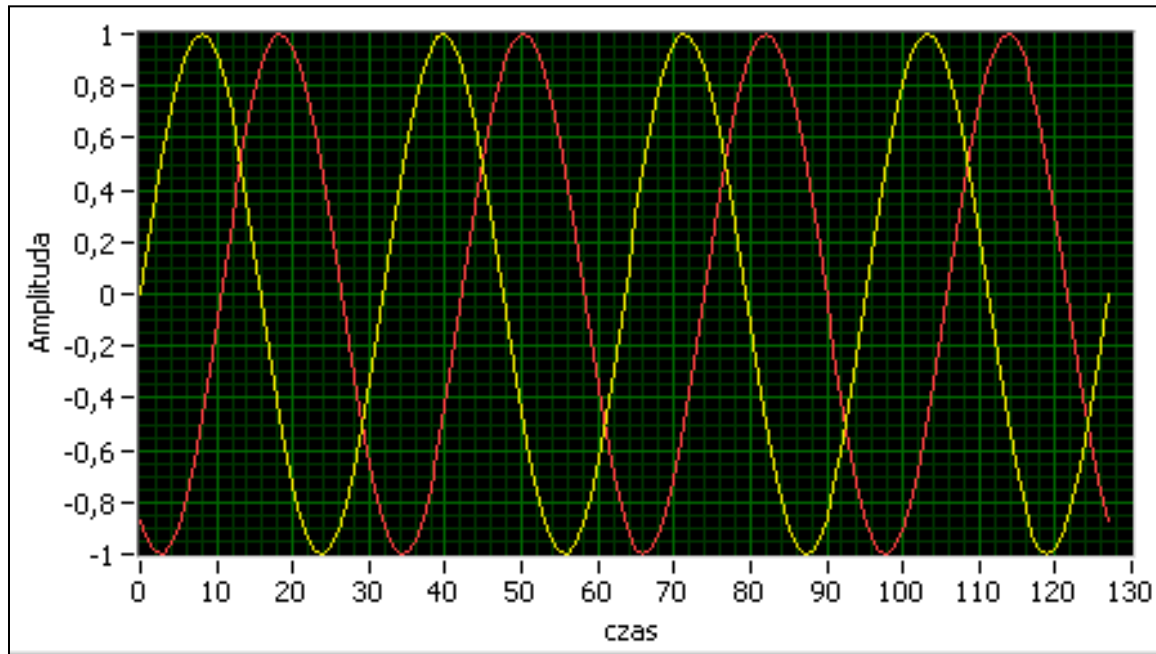
Podział amplitudy:

Interferometr Michelsona

Interferometr Fabry-Perota

Cienkie warstwy

Interferencja



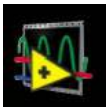
$$E_1(t) = A_1 \cdot \sin[\omega \cdot t]$$

$$E_2(t) = A_2 \cdot \sin[\omega \cdot t + \Phi]$$

$$I_1 = \langle E_1^2(t) \rangle$$

$$I_2 = \langle E_2^2(t) \rangle$$

$$I_C = \langle [E_1(t) + E_2(t)]^2 \rangle$$



Dośw. Younga: podział czoła fali

dwie szczeliny o szerokości a w odległości d

Obraz interferencyjny jest zmodulowany obwiednią dyfrakcyjną

$$I_t(\alpha) = 2I(1 + \cos(k_0 n d \sin \alpha))$$

$$\sin \alpha_{\max} = m\lambda / d$$

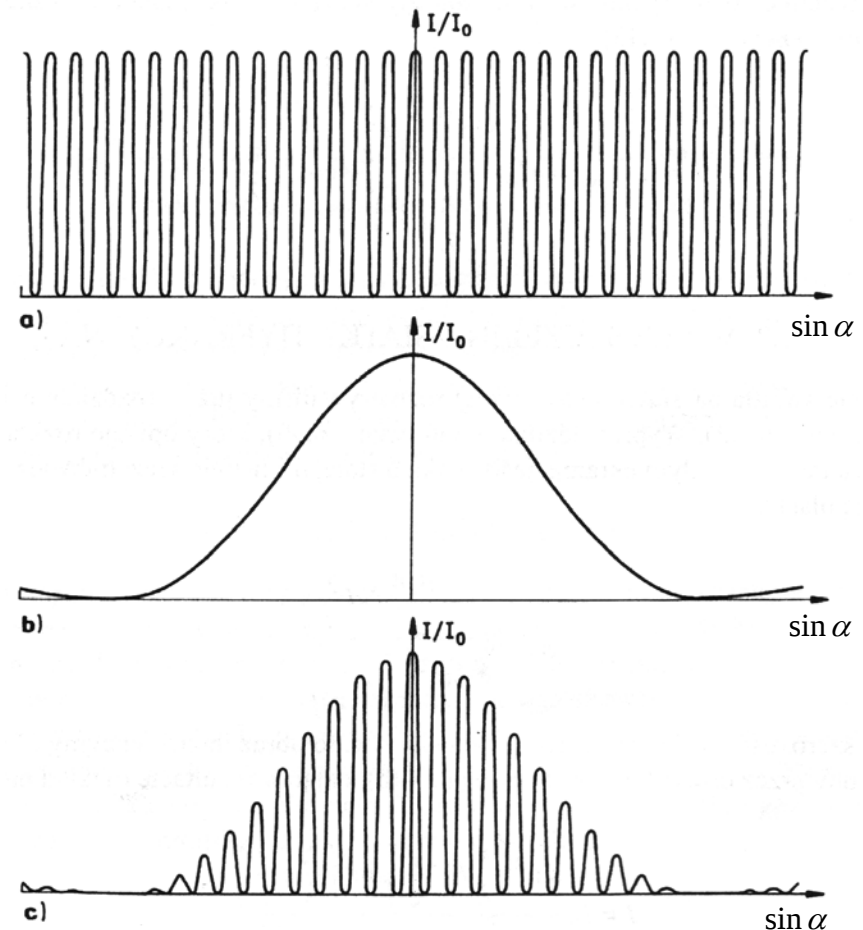
$$I(\alpha) = \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)^2; x = (ak \sin \alpha) / 2;$$

$$\sin \alpha_{\min} = m\lambda / a$$



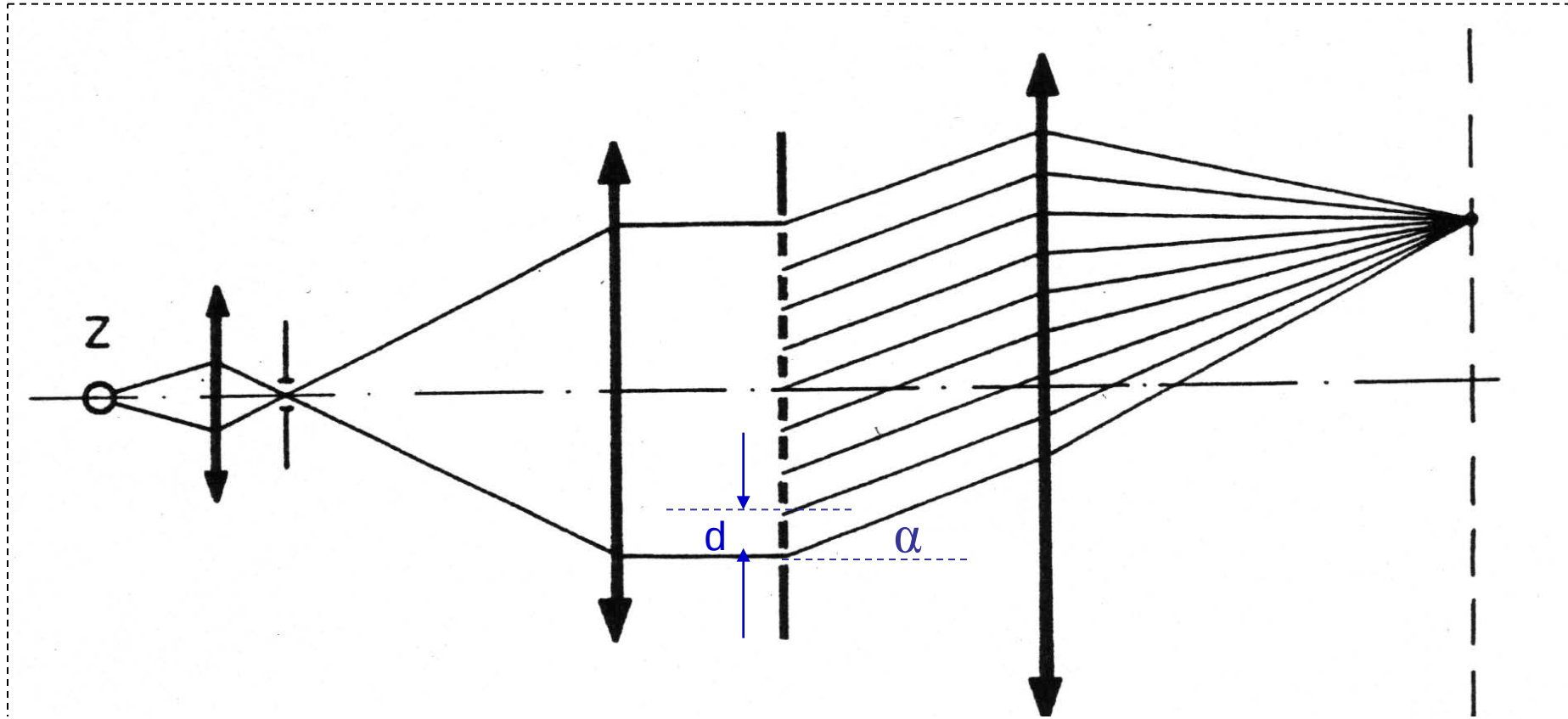
Thomas Young
1773-1829

ldwie szczeliny.exe

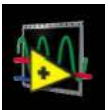


Więcej szczelin

siatka dyfrakcyjna



α -kąt ugięcia; d –stała siatki; a - szerokość szczeliny (na razie) $=0$,



Więcej szczelin

$$E_t(\alpha) = E_0 (1 + \exp ik\Delta + \exp ik2\Delta + \dots + \exp ik(N-1)\Delta) \exp i\omega t$$
$$\Delta = d \sin \alpha$$

suma szeregu geometrycznego:

$$E_t(\alpha) = E_0 \frac{1 - \exp iNk\Delta}{1 - \exp ik\Delta} \exp i\omega t; \quad I_t(\alpha) \propto E_t(\alpha) E_t^*(\alpha)$$

ostatecznie:

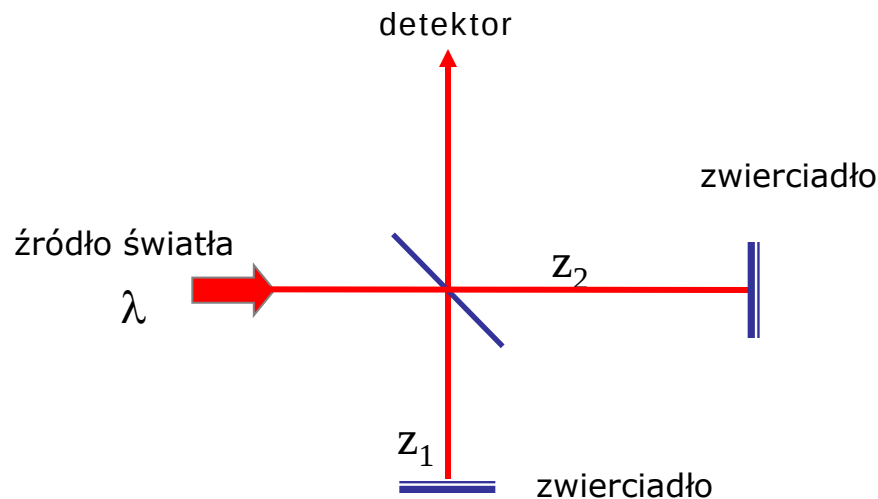
$$I_t(\alpha) = I_0 \frac{\sin^2(Nx)}{\sin^2(x)}; \quad x = (dk \sin \alpha) / 2$$

Interferencja

Wzór interferencyjny

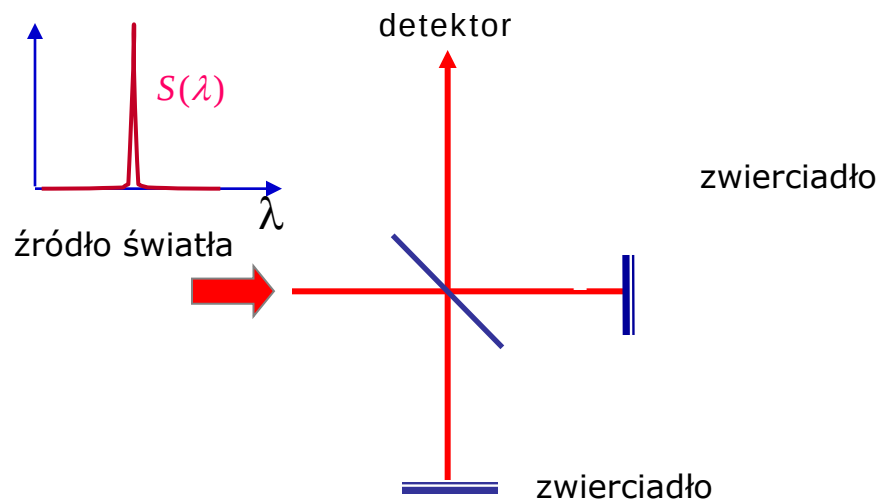
$$I_C = \left\langle [E_1(t) + E_2(t)]^2 \right\rangle = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\Phi)$$

Interferometr Michelsona:



$$\Phi = \omega \cdot \Delta t = \omega \frac{2(z_2 - z_1)}{c}$$

Interferometr Milchelsona

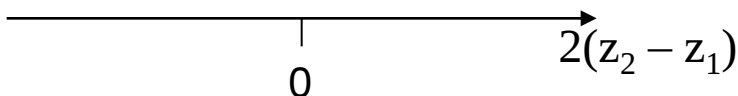


Jeżeli użyjemy światła jednobarwnego (np. z lasera) i będziemy zmieniać położenie jednego ze zwierciadeł, detektor zarejestruje sygnał wielokrotnie (zawsze kiedy różnica odległości do zwierciadeł odpowiada wielokrotności λ)

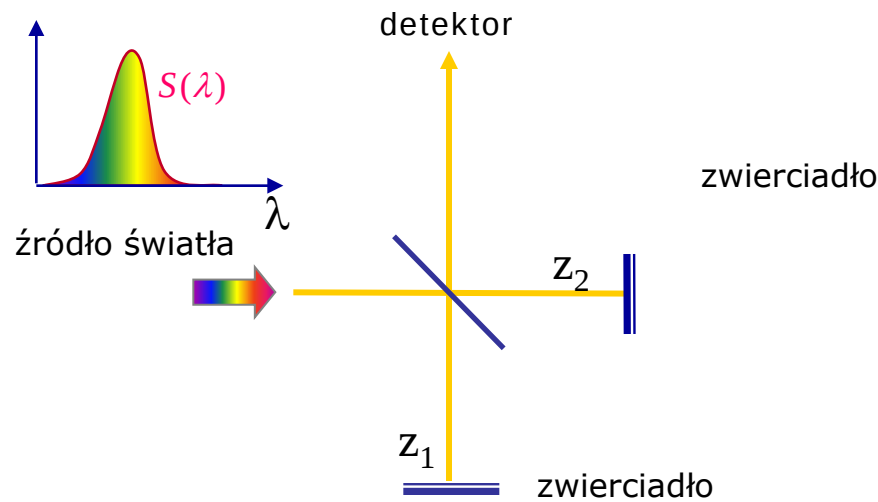
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left[\frac{\omega}{c} 2(z_2 - z_1) \right]$$



Albert A. Michelson (1852-1931)
- urodzony w Strzelnie,
pierwszy Amerykanin, który
zdołał zdobyć Nagrodę Nobla w zakresie
nauk przyrodniczych (1907)



Interferometr Michelsona



W OCT wykorzystuje się światło o wielu barwach:
jeżeli teraz będziemy zmieniać położenie jednego ze zwierciadeł, detektor zarejestruje sygnał tylko wtedy, kiedy odległości od zwierciadeł są równe!

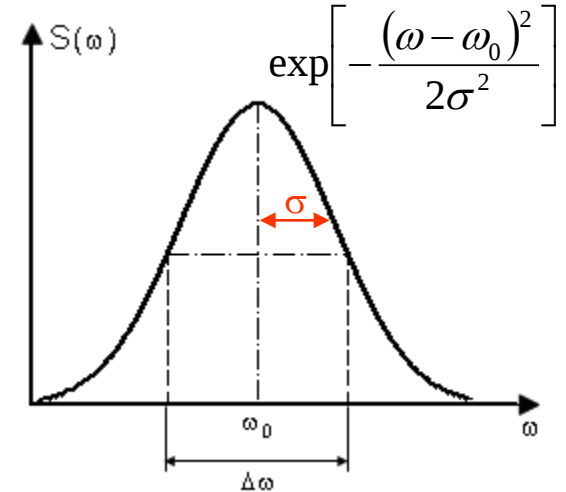
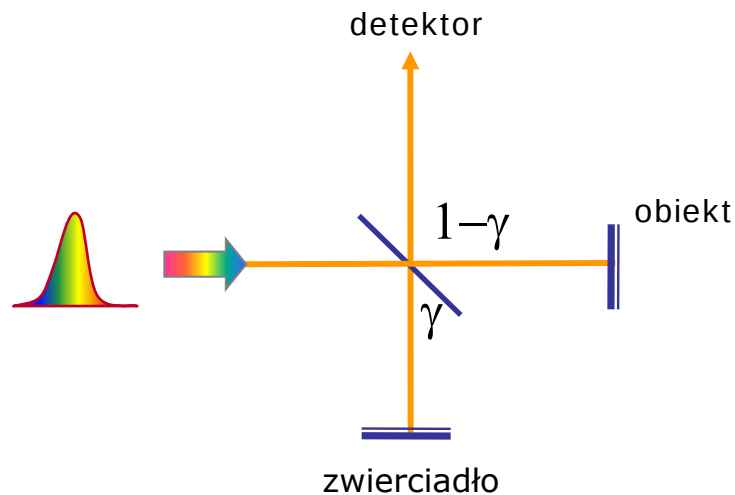
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left[\frac{\omega}{c} 2(z_2 - z_1) \right]$$



- dzieje się tak dlatego, że tylko dla $z_1 = z_2$ maksima dla wszystkich długości fal przypadają w tym samym miejscu

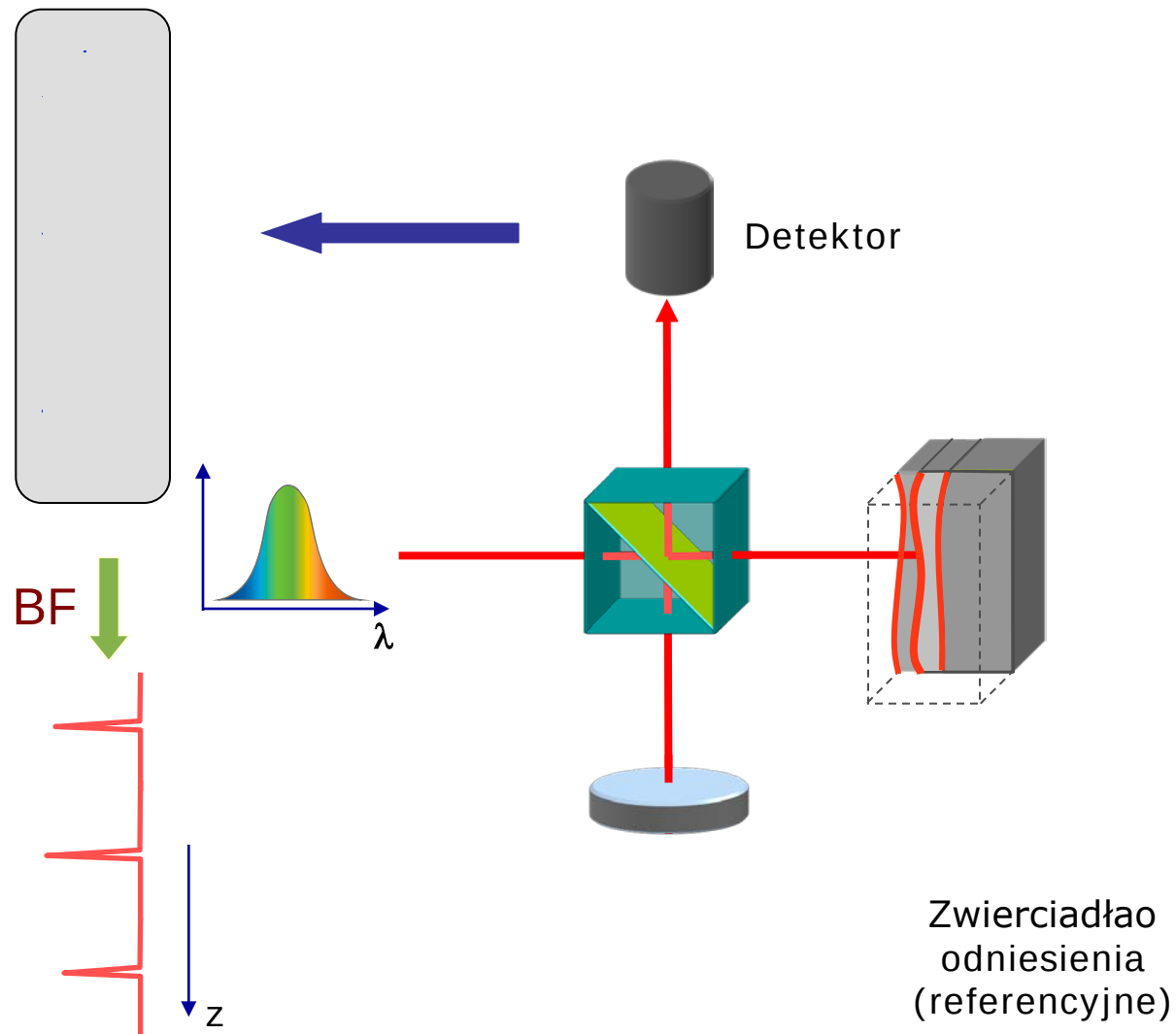
Interferometr Michelsona

Niech źródło światła ma szerokość spektralną σ



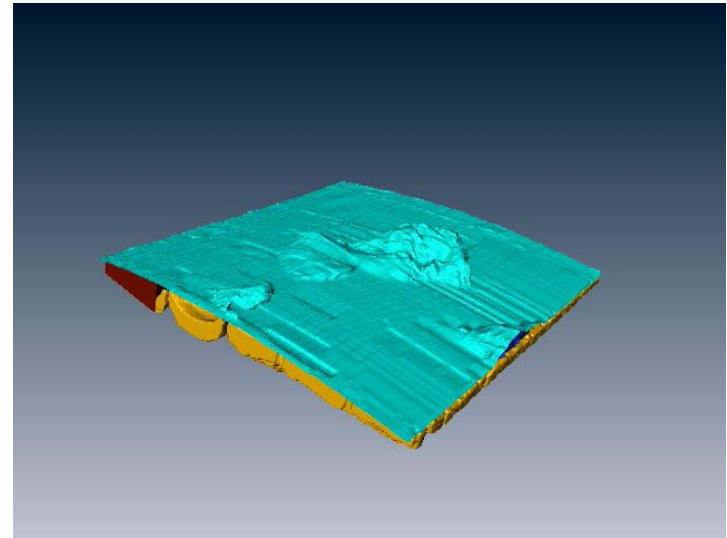
	$\lambda_0/\lambda\Delta$	$\Delta\nu$	$l_c = \tau_c c = 2\Delta z$
Prosty laser He –Ne	633/0,002 nm	1,5 GHz	18 cm
Niskoprężna lampa sodowa	589/0,6 nm	500 GHz	0,5 mm
Dioda superluminescencyjna	850/50 nm	21 THz	13 μ m

Time domain OCT

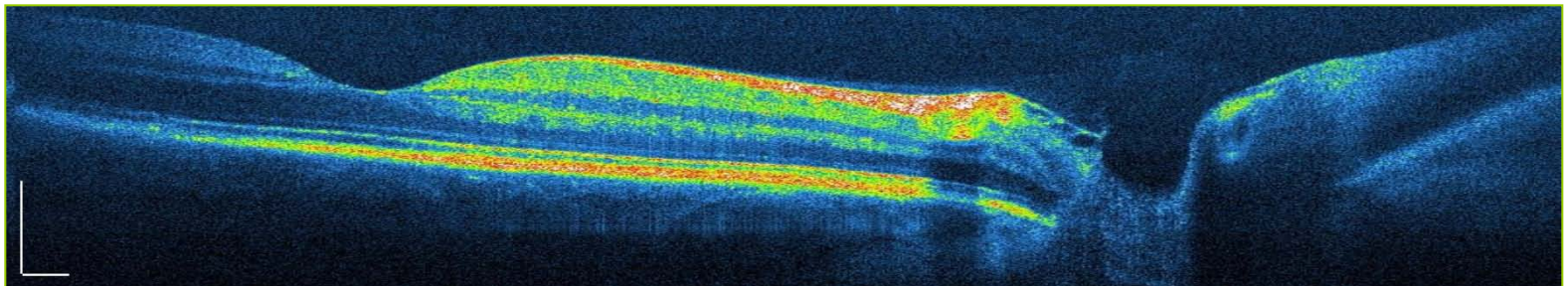


James Fujimoto, MIT

OCT - zastosowania



3D model obiektu na
podstawie danych OCT



Widok przekroju siatkówki oka uzyskany za pomocą OCT